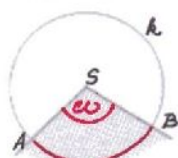
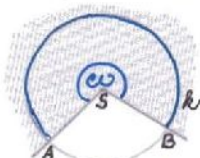


6. Úhly příslušné k oblouku kružnice

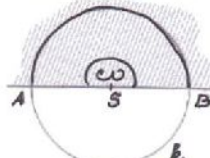
- STŘEDOVÝ ÚHEL** příslušný k oblouku AB, který je komplement úhlu ω
 - úhel ASB, jehož Vrchol je střed S a ramena procházejí krajními body oblouku AB (nm. ω)
 - k menšímu oblouku - k většímu oblouku - k půlkružnici



✗ ASB konvexní

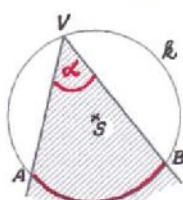


✗ ASB nikonvexní

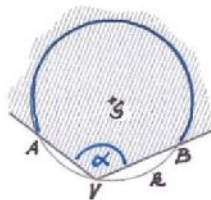


✗ ASB přímý

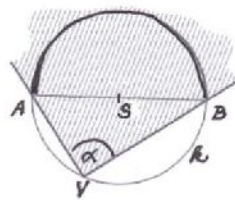
- OBVODOVÝ ÚHEL** příslušný k oblouku AB, který je komplement úhlu α (nm. α)
 - každý úhel AVB, jehož Vrchol V leží na opačném oblouku ke kterému přísluší a ramena procházejí krajními body oblouku, vždy konvexní
 - k menšímu oblouku - k většímu oblouku - k půlkružnici



✗ AVB ostrý

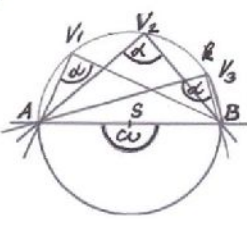
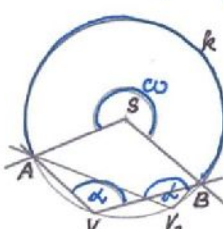
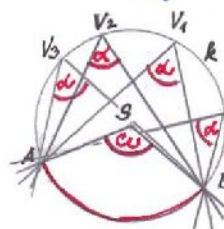


✗ AVB tupý



✗ AVB přímý (THALETOVA VĚTA)

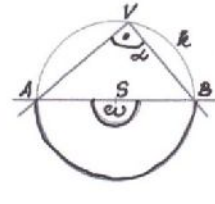
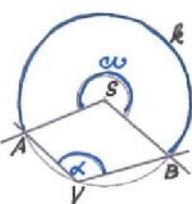
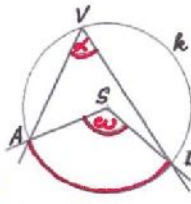
- ke každému oblouku existuje JEDINÝ STŘEDOVÝ úhel a NEKONEČNĚ MNOHO OBVODOVÝCH
 - všechny OBVODOVÉ ÚHLY příslušné TÉMUŽ OBLOUKU jsou SHODNÉ



- VZTAH** mezi velikostí středového a obvodového úhlu k témuž oblouku

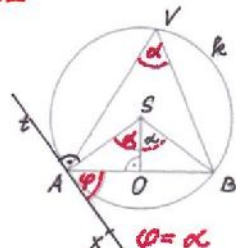
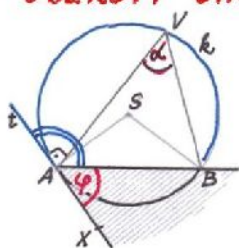
$$\omega = 2\alpha \quad \left[\alpha = \frac{\omega}{2} \right]$$

(středový je dvojnásobek obvodového)



- THALETOVA VĚTA:** všechny obvodové úhly nad přímým úhlem pravý ($\alpha = 90^\circ$, $\omega = 180^\circ$)

- ÚSEKOVÝ ÚHEL**



- shodný s obvodovým úhly příslušnými k témuž oblouku
 $[\varphi = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha]$

- úhel: pro konstrukci množiny všech možných kružnic, k nimž je náleží úhel α pod úhlem α
 - pro $\alpha = 90^\circ \Rightarrow$ Thaletova kružnice

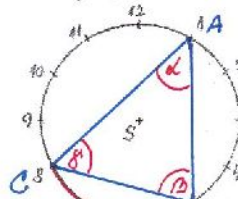
- obdobně pro větší oblouk

Příklady

1.105 Vypočítejte velikost vnitřních úhlů Δ , jejich vektory trojic body, které má ciferníku hodnocení

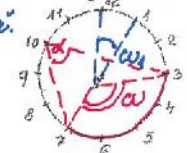
a) 1, 5, 8

$$CV = 2d = 7d = \frac{CV}{2}$$



- vypočítáme množinu oblouků $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{AC}$
- příslušné středové úhly jsou celočíslným násobkem $\frac{1}{2}$ k 360°
- hledání úhly obvodové jsou $\frac{1}{2}$ k přísl. střed.

[např.]



$$CV_1 = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

$$CV = 4CV_1 = 120^\circ \Rightarrow$$

$$(4d) \text{ obvr. } \alpha = \frac{CV}{2} = 60^\circ$$

b) 3, 6, 9

$$| \angle CSB | = 3 \cdot 30^\circ = 90^\circ = CV$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{CV}{2} = 45^\circ$$



c) 4, 5, 6

$$| \angle ASC | = 5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$



d) 1, 2, 3

$$| \angle ASC | = 4 \cdot 30^\circ = 120^\circ$$

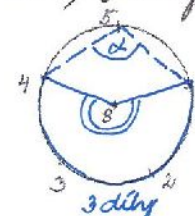
$$\Rightarrow \gamma = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$



2. Věte velikost obvodového úhlu příslušného k oblouku, jehož délka je

a) $\frac{2}{3}$ délky kružnice

b) $\frac{5}{8}$ délky kružnice

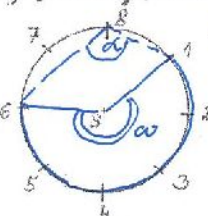


$$1 \text{ díl } CV_1 = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

$$3 \text{ díly } CV = 3CV_1 = 216^\circ$$

$$\text{obvodový}$$

$$\alpha = \frac{CV}{2} = 108^\circ \quad [\alpha = \frac{3CV_1}{2}]$$

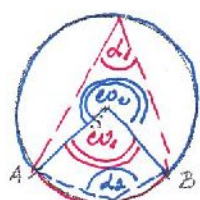


$$1 \text{ díl } CV_1 = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$5 \text{ díly } CV = 5CV_1 = 5 \cdot 45^\circ = 225^\circ$$

$$\alpha = \frac{CV}{2} = 112,5^\circ = 112^\circ 30'$$

3. Kružnice je končícíma má 2 oblouky tak, že obvodový úhel příslušný většímu oblouku je roven příslušnému úhlu příslušnému k menšímu oblouku. Věte velikost obvodových úhlů příslušných oběma obloukům.



$$d_1 = CV_1 \text{ k obl. } CV_1 = 360^\circ - CV_2 \quad CV_2 = 2d_2 \quad CV_1 = 2d_1 \quad (*)$$

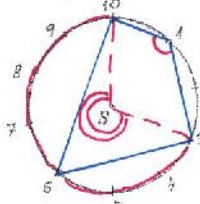
$$CV_1 = 360^\circ - 2d_1$$

$$d_2 = 360^\circ - 2d_1$$

$$3d_2 = 360^\circ \quad \text{nebo } d_1 = \frac{CV_1}{2} = \frac{d_2}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$d_2 = 120^\circ \quad [CV_1 = d_2]$$

4. Do kružnice je vepsán čtyřúhelník ABCD tak, že jeho vektory déle kružnice 1:2:3:4. Vypočítejte velikosti jeho vnitřních úhlů.



$$10 \text{ dílů} \quad 1 \text{ díl } CV_1 = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

$$| \angle A | = \frac{4 \cdot 36^\circ}{2} = 72^\circ = 126^\circ \quad [7 \cdot \frac{CV_1}{2}]$$

$$| \angle B | = \frac{5 \cdot 36^\circ}{2} = 90^\circ \quad [5 \cdot \frac{CV_1}{2}]$$

$$| \angle C | = \frac{3 \cdot 36^\circ}{2} = 54^\circ \quad [3 \cdot \frac{CV_1}{2}]$$

$$| \angle D | = \frac{5 \cdot 36^\circ}{2} = 90^\circ \quad [5 \cdot \frac{CV_1}{2}]$$

5. Věte velikosti vnitřních úhlů Δ , kde vektory trojic body má ciferníku

20

a) 2, 7, 9

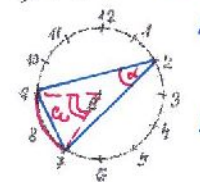
$$1 \text{ díl } CV_1 = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

b) 3, 6, 10

$$1 \text{ díl } CV_1 = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

c) 4, 5, 12

$$1 \text{ díl } CV_1 = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$



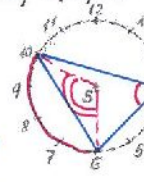
$$| \angle A | = 2 \cdot \frac{CV_1}{2} = 30^\circ$$

$$| \angle B | = 5 \cdot \frac{CV_1}{2} = 75^\circ$$

$$| \angle C | = 5 \cdot \frac{30^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$[CV = 2d \Rightarrow \alpha = \frac{CV}{2}]$$

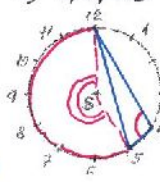
$$| \angle 9 | = 5 \cdot \frac{30^\circ}{2} = 75^\circ$$



$$| \angle 3 | = 4 \cdot \frac{CV_1}{2} = 60^\circ$$

$$| \angle 6 | = 5 \cdot \frac{CV_1}{2} = 75^\circ$$

$$| \angle 10 | = 3 \cdot \frac{CV_1}{2} = 45^\circ$$

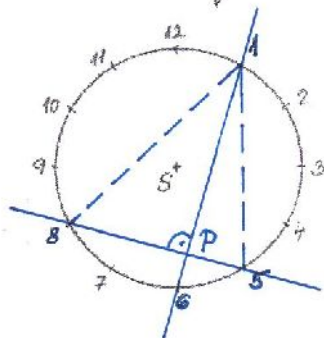


$$| \angle 4 | = 7 \cdot \frac{30^\circ}{2} = 105^\circ$$

$$| \angle 5 | = 4 \cdot \frac{30^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$| \angle 12 | = 1 \cdot \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

- ⑥ Dokážte, že spojnice bodů, které na ciferníku hodinů vyměřují 1, 6 a 5, 8 jsou k sobě kolmé.



vypočteme u $\Delta 1PB$

- určíme úhly

$$|\angle 816| = \frac{2 \cdot 30^\circ}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

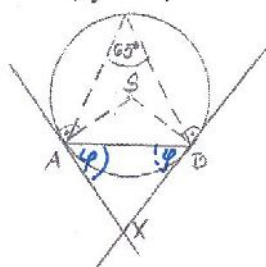
$$|\angle 185| = \frac{4 \cdot 30^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$(1 \text{ díl } \omega_1 = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ)$$

$$\Rightarrow |\angle 8P1| = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ spojnice bodů 1, 6 a 5, 8 jsou kolmé

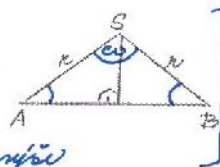
- ⑦ $\widehat{AB}$ je menší oblouk kružnice, úhlový úhel k němuž příslušný má velikost 65° . V bodech A, B jsou sešlebojiny sítě kružnice, bod X je jejich průsečík. Vypočítejte velikost úhlu AXB.



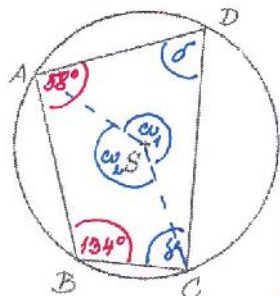
$$\varphi = \alpha = 65^\circ \text{ (ÚSEKOVÝ = ÚHLOVÝ)}$$

$$|\angle AXB| = 180^\circ - 2\varphi = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

[pokud mluvíme, že φ je úsekový a $\varphi = \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow |\angle ASB| = 2 \cdot 65^\circ = 130^\circ$ (STŘEDOVÝ) [$\omega = 130^\circ$]
 ΔASB rovnoramenný. $|\angle SAB| = \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ$
 $|\angle BAX| = 90^\circ - |\angle SAB| = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ a dále nás napadne



- ⑧ V čtyřúhelníku ABCD, jehož všechny strany leží na dané kružnici, je $|\angle A| = 58^\circ$, $|\angle B| = 134^\circ$. Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů.



$$\omega_1 = 2 \cdot |\angle B| = 2 \cdot 134^\circ = 268^\circ \Rightarrow \omega_2 = 360^\circ - \omega_1$$

$$\omega_2 = 360^\circ - 268^\circ = 92^\circ$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{\omega_2}{2} = 46^\circ \text{ (obvod.)}$$

$$\gamma = 360^\circ - (\alpha + \beta + \delta) = 360^\circ - (58^\circ + 134^\circ + 46^\circ) = 360^\circ - 180^\circ - 58^\circ$$

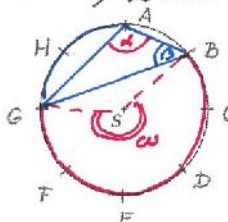
$$\gamma = 122^\circ$$

[nebo přes středový a obvod. úhel $\gamma = \frac{\omega_2}{2} = \frac{92^\circ}{2}$ abd.]

[NEBO - JEDNÁ SE O TĚTIVOVÝ ČTYŘÚHELNÍK, kde platí
 $\alpha + \gamma = 180^\circ$ $\beta + \delta = 180^\circ$
 $\gamma = 180^\circ - 58^\circ$ $\delta = 180^\circ - 134^\circ$
 $\gamma = 122^\circ$ $\delta = 46^\circ$

- ⑨ V pravidelném osmiúhelníku ABCDEFGH vypočítejte velikost vnitřních úhlů

a) ΔABG



$$1 \text{ díl } \omega_1 = \frac{360^\circ}{8}$$

$$\omega_1 = 45^\circ$$

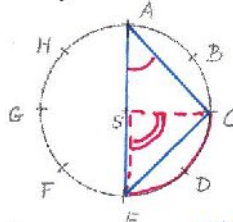
$$[\alpha = \frac{\omega_1}{2}]$$

$$|\angle A| = 5 \cdot \frac{45^\circ}{2} = \frac{225^\circ}{2} = 112^\circ 30'$$

$$|\angle B| = 2 \cdot \frac{45^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$|\angle C| = \frac{1 \cdot 45^\circ}{2} = 22,5^\circ = 22^\circ 30'$$

b) ΔACE

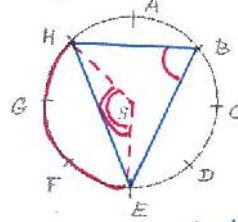


$$|\angle A| = \frac{2 \cdot 45^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$|\angle C| = \frac{4 \cdot 45^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$|\angle E| = \frac{2 \cdot 45^\circ}{2} = 45^\circ$$

c) ΔBEH



$$|\angle B| = \frac{3 \cdot 45^\circ}{2} = \frac{135^\circ}{2} = 67^\circ 30'$$

$$|\angle E| = \frac{2 \cdot 45^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$|\angle H| = \frac{3 \cdot 45^\circ}{2} = 67^\circ 30'$$